

# 淺談五年級學生在「小數除法」的解題樣貌

新北市土城區安和國民小學教師 陳玉珊

## 壹、前言

任職教職多年，很開心新北市教育局為我們現場教師提供了「教育季刊」，讓我們有機會可以好好檢視自己的教學樣貌。每一篇教學手札的敘寫，我都視為是一種自身教學分析的訓練，透過這樣的敘寫過程，可以讓自己更細膩的去看見在數學課堂中師生間的互動，這正是教學現場中最珍貴的寶藏。本文的重點聚焦在：描述本班在五年級時是如何利用曾經學過且有限的數學知識來進行六年級才會進行的「小數除法」之解題樣貌。

## 貳、學生的解題樣貌

### 一、整數÷小數，被除數>除數

題目一：「依據星星的亮度：一等星大約100顆燈泡、二等星大約40顆燈泡、三等星大約16顆燈泡、四等星大約6顆燈泡、五等星大約2.5顆燈泡、六等星大約1顆燈泡。請問二等星的亮度是五等星的幾倍？」

#### (一)學生初步反應

其實學生很快就列出算式「 $40 \div 2.5$ 」，但卻不知如何算出答案，因為現階段的他們還沒學過小數除法，尤其是當除數為小數時，在場的每位學生更是愣住了，並且齊聲哀號著：「老師，我們還沒學過小數除法啊，我們不會算…」

#### (二)老師不斷提問

S：「老師，我們還沒學過小數除法啊，我們不會算…」

T：「沒錯，不過可以再試著想想看，我們曾經學過哪些單元是可以把 $40 \div 2.5$ 跟分數扯上關係呢？」

此時，突然有幾位學生大叫了一聲：「老師，我想到了，我們可以把算式寫成 $40 \div 2.5 = 40/2.5$ ，然後我們就可以用之前學過的擴分、約分的方式，把分子分母都變成整數…」

(三)學生連結舊經驗，產生兩種不同的解題路徑

#### 1. 分子分母同時×10

大部份的學生都是直接從 $40 \div 2.5 = 40/2.5$ 的式子中，將分子分母同時×10，使得 $40/2.5 = (400)/25$ ，此時學生就回想到曾經學過的整數除法 $400 \div 25$ ，進而算出結果為「16」。

#### 2. 分子分母同時×2

T：「S10，你可以告訴我們，你為什麼會這麼算呢？」

S10：「因為小數除法我還不會，我也不會算 $40 \div 2.5 = ?$ 所以我就想 $2.5 \times 2$ 可以變成整數，所以我就先把分母×2，讓分母先變成整數，因為分母已經×2了，所以分子這時候也要×2，也就是40也要乘以2變成80，這時候就會變成 $80 \div 5 = 16 \dots$ 」，如圖2。

圖2 學生S10解法

## 教學手札 &gt;&gt;&gt;

## 二、小數÷小數，被除數&lt;除數

題目二：「如果A星星的亮度是0.4顆燈泡，B星星的亮度是2.5顆燈泡，請問A星星的亮度是B星星亮度的幾倍？」

同樣的，學生很快就列出算式為「 $0.4 \div 2.5$ 」，但由於以往所學過的整數除法，都是「被除數 $\geq$ 除數」的類型，從未遇過「被除數<除數」的題目，正當大家都在想如何計算 $4 \div 25$ 之際，突然有學生大叫：「我知道怎麼算了！」，如圖3。

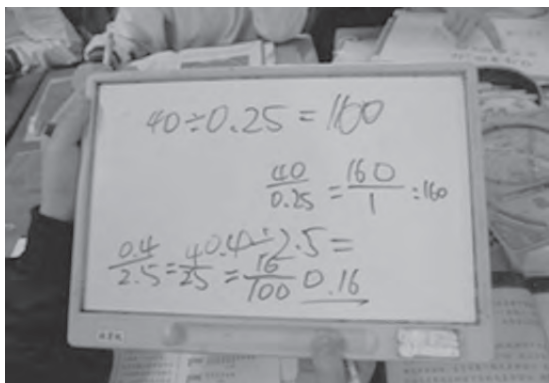


圖3 學生S16解法

S16：「老師，我們再用擴分的方式，把分子分母同時 $\times 4$ ，變成 $16/100$ ，這時候答案就是 $0.16$ 。」

T：「為什麼要把分子分母同時 $\times 4$ ？」

S16：「因為 $25 \times 4$ 會等於 $100$ ，這時候分母是 $100$ ，我就可以知道答案是多少了…」

T：「沒錯，太棒了，但你們為什麼會想到 $25 \times 4$ 呢？」

S16：「因為以前有學過 $25 \times 4$ 會等於 $100$ …」

## 參、解題分析

學習小數的運算是國小數學教育非常重要的一環，Hiebert and Wearne (1986) 指出學生學習小數乘除法比學習加減法還困難，因為小數乘除法的基本概念與整數乘除法的概念並不完全相同，無法直接轉移過來，亦即在學習小數乘除法

時，易受到先前學習整數的概念影響，產生「乘會越乘越大」、「除會越除越小」的迷思（劉曼麗，2001）。所以，當學生在進行例題二的解題時，儘管他們很快就列出算式為「 $0.4 \div 2.5$ 」，甚至也有學生很快就可以寫出「 $0.4/2.5 = (4)/25$ 」這樣的式子，但遇到「被除數<除數」的題目時，學生一開始確實是感到遲疑的。

既然如此，我們又該怎麼教「被除數<除數」且「分母為小數」的小數除法呢？劉曼麗（2001）指出，小數除法的計算需藉由「單位量的轉換」策略來進行，亦即先將被除數與除數同時轉換成另一種被計數單位來描述後，再進行除法運算，如此一來，學生可透過熟悉的整數除法經驗，進行計算。在本次教學過程中，學生利用分數擴約分的方式讓分子和分母都變成了整數，而這擴約分的方式即為一種「單位量的轉換」。

## 肆、研究結果

從上述兩道題目學生的解題歷程中，我們不難發現，雖然五年級的學生現階段還沒學過小數除法（康軒版的小數除法編列在六年級），但從學生能夠利用以前所學過的擴分、約分的方式（等值分數概念）先將被除數與除數都轉化為整數（單位量的轉換），例如將「 $40 \div 2.5$ 」轉化成「 $400 \div 25$ 」或「 $80 \div 5$ 」，再形成整數除法而計算出答案；抑或是，儘管遇到從未學過的題型，也都可以充分利用與舊經驗連結的方式，例如「 $25 \times 4 = 100 \dots$ 」，不但簡化了繁複的計算過程，也為「小數除法」提供了另一個連結的學習途徑。

## 伍、自我省思

我對學生學習數學的歷程一直很感興趣，因為數學相較於其它學科，真的是有很大的不同，數學知識本身有很強的脈絡性與結構性，每一個脈絡的概念都是環環相扣的，倘若學生之前的概念有建立得很紮實，那麼對於往後新概念的學習，都是有相當大的助益，甚至老師只要「點到

為止」就可以讓學生「觸類旁通」了。

### 參考文獻

劉曼麗（2001）。國小學童的小數知識研究。屏東師院學報，14，823-858。

Hiebert, James, and Diana Wearne. 1986. "Procedures over Concepts: The Acquisition of Decimal Number Knowledge." In *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*, edited by James Hiebert, pp. 199 - 224. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.