

黃金比例·黃金演繹—— 薈美融藝：教育部跨領域美感課程實踐

新北市立竹圍高級中學國中部教師 張綺真

壹、前言

竹圍高中自91學年度起為新北市國中藝術與人文領域輔導團召集學校，故有幸參與教育部中等學校「跨領域美感教育課程開發計畫」，為全台實驗課程種子學校之一。此計畫強調美感教育應為各領域學門共同的課程核心意識，教師於活化教學之際，應思考如何能將美感經驗的力量融入自身學科教學活動之中，以增加學生的學習動機，豐富學生的學習視野。

本校實驗循環二：「黃金比例·黃金演繹」課程以數學學科知識探究比例之美，希望學生能了解何為黃金比例的定義，進而如何尋找生活中的黃金比例與黃金比例在生活中的重要性。課程初探黃金比例與黃金矩形的關係，除了辦理數學盃選美大賽由學生學習黃金比值的運算，再透過攝影鑑賞與實作讓學生學習到分析及應用黃金分割法構圖的方法。本教案於任課的班級實施為竹圍高中國中部共計3班實踐，其中包括施教者蘇德芳老師的導師班級。課程實施模式採用兩人一組的分組合作學習，以數學中的模式（pattern）之美—比例為核心，在課程中探討幾何圖形之美、黃金矩形中的黃金比例、黃金分割以及黃金比例攝影構圖，設計生活化的實作使學生學會計算並應用。

貳、課程設計理念

對於科學家而言，理論模型的美感大多是來自於數學美，而數學美感較之理論中其他的美感要素，具有相對客觀的性質。「比例」（Proportion）可以解釋為整體形式的部分與部分之間，或部分與整體之間的完美關係。整體形式中一切有關數量的條件，如長短、大小、粗

細、厚薄、濃淡、輕重等，在搭配恰當的原則下，並能合乎一定數量關係即能產生優美視覺感受。如希臘美學家所倡導的1:7（七頭身）或1:8（八頭身）的人體比例，以及矩形長寬的黃金比等都是「比例」的例子。比例的構成條件頗為微妙，在組織上含有濃厚的數理關係，在感覺上流露出恰到好處的完美形態。數學上的級數和比例都是構成優美比例形式的主要基礎，但是在藝術的表現中，比例在形式上所呈現的不是機械的反應，而是視覺的自然感覺。

參、實施歷程

一、課前課程研發期

課程研發初期，數學科與視覺藝術科實驗教師針對如何讓學生學會用數學的眼睛與手法拍出照片，首先設定以學生的生活環境來作為拍攝照片的場域，於是邀請淡水地區從事淡水文化導覽等文史工作，並經營「淡水漁業文化影像館」展出個人獨具風格淡水黑白攝影作品的程許忠老師（阿忠哥）帶領走訪淡水巷弄，並指導捕捉最美的瞬間與構圖的原理（圖1）。

二、課中協同教學期

為了能在教學中導入更多生活化的例子



圖1 程許忠老師於淡水河畔指導「黃金比例工作坊」成員攝影構圖教學



圖2 台師大謝佳叡老師與數學領域教師講授「生活中的數學，數學中的美學」

焦點話題 >>>

引起學習動機，團隊再度邀請同時擔任本計畫諮詢委員，臺師大數學系的謝佳叡教授來擔任「生活中的數學」教師增能工作坊的講者（圖2），謝教授豐富的舉證確實開闊了大家的眼界，也點燃了現場教師們熱忱靈感。

實驗課程團隊在進行課程研發過程中，考慮到應該先讓學生理解「黃金比例」的數學原理，才能設計符應教學目標的實作內容。於是在課程主架構還是在攝影鑑賞實作的原則下，先從學生挑選照片的眼光下手，從中找出數學的元素，之後導入「黃金比例」的概念，學生從測量身高、臉部個數值後能算出與黃金比值的差距。

三、課程實踐期

自104年5月起，蘇德芳老師在其任課班級開始實施「黃金比例 黃金演繹」的課程，因為蘇老師在近年來有實施學習共同體偕同學學習教學理念的經驗，已經在自己的課堂上訓練出兩人一組的「PAIR小組」學習默契，所以在學生穩定的學習氛圍的情況下，實施了以下的課程：

《第一堂》

- 準備活動：（學生）挑選或拍一張自己最滿意的照片，將挑選的照片寄到老師的信箱，或繳交檔案。
- 引導活動：針對同學繳交的照片老師從中挑選幾張特別的，請同學利用數學的語言和角度去說明為何喜歡這張照片。
- 發展活動：介紹照片中的幾何構圖
 1. 矩形
 2. 圓形
 3. 三角形
 4. 弧形
 5. 對稱
 6. 平行（圖3）



圖4照片構圖

- 綜合活動：檢視同學所繳交的作業，在照片的構圖中是否具有幾何的構圖呈現。

- 課後活動：以人像為主題，繳交一張照片。可以是同學，也可以是親人、朋友，更可以自拍。但照片中只能有一個人。

《第二堂》

- 準備活動：
 - （教師）投影片
 - （學生）事先測量記錄自己的身高
- 引導活動：
 1. 請同學在學習單上畫出一個自己認為最美的長方形
 2. 利用直尺量出該長方形的長和寬並算出長寬比
 3. 利用數學的語言和鄰座同學分享自己為什麼認為它最美？
 4. 老師問：是否有同學被鄰座同學說服，並因為他的說明之後你喜歡上他的矩形？（請同學分享）
 5. 投影片上三個矩形哪一個最接近你所畫出來的矩形？將代號填寫在學習單中，並進行表決。
- 發展活動：
 1. 提問：有沒有最美的矩形存在？
 2. 介紹黃金矩形。
 3. 說明何謂黃金比例？如果把一條線段分成長、短兩段，而且「全長：長段＝長段：短段」，這個比例稱為「黃金比例」。
 4. 利用之前學過的比與比例式的概念及公式解一元二次方程式求出黃金比例的比值 $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。
 5. 黃金比例的應用：黃金矩形在商業logo設計應用有TOYOTA、國家地理頻道、iCloud、百事可樂、蘋果公司…等。在藝術上有李奧納多·達文西的油畫－蒙娜麗莎的微笑（Mona Lisa Smile）、李奧納多·達文西的手稿－維特魯威人（Homo Vitruvianus）、讓－弗朗

索瓦·米勒的布面油畫—拾穗 (Des glaneuses) …等。在建築上有巴黎埃菲爾鐵塔、巴黎凱旋門…等。商品設計則有Canon IXUS…等。

- 綜合活動：學生進行數學盃選美大會。
 1. 介紹人體中的黃金比例 (圖5)。人體 (總身高) 的黃金分割點就在肚臍。臉部 (總面長) 的黃金分割點在眼睛。眼至下巴的黃金分割點在鼻孔位置。
 2. 測量實作：請同學兩兩一組，利用捲尺和30公分直尺，互相測量出下列的數據：肚臍到腳底、臉長 (髮際線)、眼睛到下巴、鼻孔到下巴，並依照表格試算出各組的比值
 3. 將比值A、B、C相加取平均值到小數點第二位 (表1)。
 4. 從全班同學中選出最接近黃金比值 1.6182的同學，他即是本班數學盃選美的冠軍，公開表揚。
- 課後活動：請同學回家試算，如何透由鞋子的高度，讓自己的比值A可以更接近黃金比例？ (表1、圖6)

《第三堂》

- 準備活動：
 1. 學生完成前一堂課的作業。
 2. 測量自己使用拍照用的相機或手機，其拍照螢幕顯示器的長和寬。
- 引導活動：檢討回家作業。如何能更快速的算出自己所需要的鞋子高度？

表1人體黃金比例運算表

A	公分	B	公分	C	公分
身高		臉長 (髮際線)		眼睛到 下巴	
肚臍到 腳底		眼睛到 下巴		鼻孔到 下巴	
比值A		比值B		比值C	



圖5 人體的黃金比例



圖6回家作業：如何接近黃金比例？

若身高=h，肚臍到腳底的距離=1，設鞋子的高度=x，透由式子引導學生計算

$$\frac{h+x}{l+x} = \frac{l+x}{h-l} = 1.618,$$

所以利用 $\frac{l+x}{h-l} = 1.618$ 求出鞋子的高度

x，可以減少未知數也可以簡化計算步驟。

- 發展活動：

1. 複習黃金比例和黃金矩形， $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。
2. 如何利用尺規作圖畫出一線段的黃金比 (ie. 找出線段的黃金分割點)
3. 說明此作圖為何符合黃金比例分割 (圖7)。

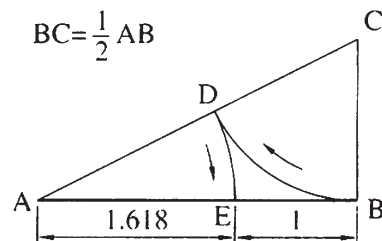


圖7黃金比例尺規作圖

- 綜合活動：請同學將事先測量的螢幕長和寬畫在空白紙上，分別利用尺規作圖的方式，分別找出他們的黃金分割點。
- 課後活動：回家作業—利用今天學到的黃金分割幾何作圖，在白紙上畫出一個和螢幕大小相同的矩形，並試著利用黃金分割的幾何作圖，將此矩形進行井字的黃金分割 (圖8)。

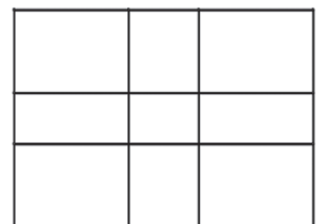


圖8井字黃金分割圖

焦點話題 >>>

《第四堂-1》

• 準備活動：

1. 學生完成前一堂課的作業。
2. 將作業給老師檢查後，利用奇異筆及尺，將螢幕的井字分割畫在透明投影片上並剪下來。

• 引導活動：井字構圖的說明（圖9）。

黃金分割比例是攝影初學者學習構圖的基本架構之一。在矩形的長寬兩側分別找出

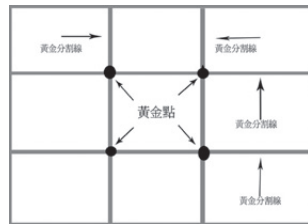


圖9井字構圖

黃金分割點，連接分割點後會在畫面中央位置出現四個交叉構成的點，這是畫面呈現時的視覺重點。只要在取景時將主體放在這四個點上，就可達到視覺強化目的，讓人一眼就能快速識別畫面焦點所在（圖10-12）。

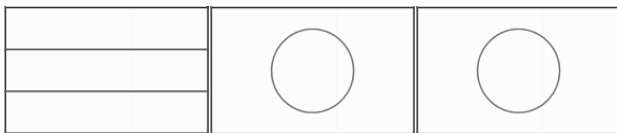


圖10

三分構圖：
營造出遼闊與
延伸的氣氛

圖11

中央點構圖：
具有集中力，
最容易操作

圖12

中央對稱構圖：
讓人從畫面中
感到寧靜

- 課後活動：利用井字構圖的方式去拍攝一位班上同學，並為自己的作品加上20個字以內的說明。

《第四堂-2》

- 準備活動：學生完成前一堂課的作業，並將照片檔案寄到老師的郵址或繳交紙本。
- 綜合活動：請同學上台分享自己的作品並針對下列的問題回答。
 1. 作品的設計理念及構圖重點？
 2. 在拍攝時將什麼元素放在井字構圖中？
 3. 照片想呈現被拍者的哪樣特質？
 4. 除了井字構圖外，還有用到數學中的那些幾何元素？

- 課後活動：總結回饋與心得分享

實作評量設計

以「黃金比例觀景窗」為基礎的攝影作業之評量設計，除了要考量學生對於使用數學語彙以及驗證的能力，攝影作品呈現的美感也是評量的重點。

評量一

- 評量目標：學生能使用黃金矩形觀景窗中拍攝照片，呈現幾何構圖的攝影作品。
- 評量方式：攝影作品資料蒐集整理、參與討論、課堂問答、實務操作、紙筆作業、上台分享。

評量二

- 評量目標：本評量活動旨在學生能應用攝影工具與基礎攝影技巧拍出人像作品。
- 評量方式：分組合作、實務操作、媒材應用、攝影作品、呈現發表。

四、課後共同評估期

在課程結束後的學習成效評估，最令實驗團隊振奮的是學生主動的回饋。學生對於數學課能夠如此貼近生活，還能用數學的角度去做感覺挑戰很大的藝術鑑賞十分佩服；教師的佈題如黃金比例選美大會、黃金分割拍攝人像，又碰觸到青少年流行文化中的手機拍照。所以學生在聯絡簿上直接回饋：學習數學原來可以這麼有趣、生活化。至於學校實驗團隊的課後討論，也一致推崇數學老師的安排設計，蘇老師擔任數學科教師及導師，班級經營及學習氛圍已有建立一段時日，因此學習氣氛是熱絡且愉快的。大家可能提問數學科教學進度及定期評量的時間壓力，單從八年級下學期教科書的內容看，可以發揮的空間實為有限，但是這個實驗課程，未來可以設計在每個單元的幾分鐘加入此種跨領域美感元素，提升學生的學習動機與興趣。

肆、學習成果

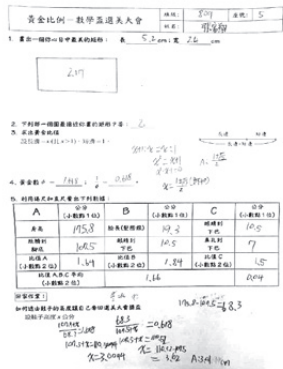


圖13

數學盃選美大會學習單

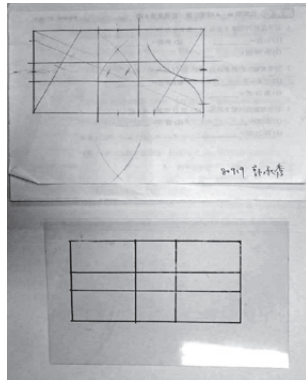


圖14

自製黃金矩形觀景窗貼



圖15

應用自製觀景窗貼拍照



圖16

分組拍攝作業



圖17

學生人像攝影作品一



圖18

學生人像攝影作品二



圖19

學生人像攝影作品三



圖20

學生人像攝影作品四

伍、教學省思與推廣建議

本實驗循環為導師任課，在班級經營及學生的學習方法、態度已先行建立的基礎下，學生的學習動機與學習效果都頗具成效，容易看到有關本課程實施的主動回饋反映。也因為本單元有別於一般純講述式的教學方式，學生表示能用數學語彙證明藝術品的美感是暨生活化又有趣的課堂，而且實作又是青少年喜愛的活動，更提升了學習意願與配合度。

在藝文召集學校推展課程，因為畢竟課程設計主體是其他學科，要找到校內願意投入的學科教師實屬難得，卻也是很珍貴的課堂研究經驗。數學科有其進度、定期評量的時間壓力，故跨領域課程亦要考量到與現行課程接軌為原則，可以發揮的空間也因此受限。以推廣理念的觀點及目前的教學趨勢，教師普遍對課堂實務較有興趣（圖21）。

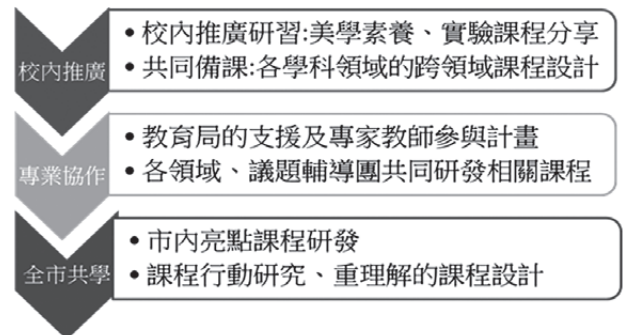


圖21跨領域流程推廣圖